

2. ВЫБОР МОДЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

В настоящем разделе представлены нелинейные модельные структуры, реализованные на МНС, предназначенные для идентификации стохастических динамических систем. Прототипами нейросетевых моделей являются линейные представления динамических систем, рассмотренные в главе 1 настоящей работы. Значительное внимание уделяется выбору внешней и внутренней структуры нейросетевых моделей.

Введем строгие определения системы, модельной структуры и модели в соответствии с терминологией, принятой в [9].

Реальная система S может быть представлена следующим образом:

$$S: y(t) = g_0(\varphi(t)) + e_0(t), \quad (2.1)$$

где $g_0(\varphi(t))$ – некоторое нелинейное отображение, реализуемое системой;

$\varphi(t)$ – регрессионный вектор;

$e_0(t)$ – сигнал типа «белый шум», не зависящий от входов системы.

Модельная структура (M) представляет собой параметризованное множество моделей-кандидатов:

$$M: \{g(\varphi(t, \theta), \theta) | \theta \in D_M\}, \quad (2.2)$$

$$y(t) = g(\varphi(t, \theta), \theta) + e(t), \quad (2.3)$$

где θ определяет набор p настраиваемых параметров модели;

D_M – некоторое подмножество пространства R^p , на котором осуществляется поиск конкретной модели.

Прогнозирующая модельная структура может быть представлена в следующем виде:

$$\hat{y}(t|\theta) = g(\varphi(t, \theta), \theta). \quad (2.4)$$

Основным требованием к модельной структуре является принадлежность реальной системы S множеству моделей M :

$$S \in M. \quad (2.5)$$

Моделью M^* называется описание типа (2.4) при условии конкретного задания вектора $\theta = \theta^*$:

$$M^*: M^* = M(\theta^*); \theta^* \in D_M. \quad (2.6)$$

Таким образом, задача идентификации состоит в построении некоторой (в общем случае, нелинейной) функции $g(\varphi(t, \theta), \theta)$, где $\varphi(t)$ – регрессионный вектор, а θ – вектор параметров, настраиваемых в процессе реализации алгоритма идентификации.

2.1. Базовые нейросетевые модельные структуры

Проблема идентификации нелинейных динамических систем связана с чрезвычайной трудностью выбора структуры модели. Способность многослойных нейронных сетей моделировать произвольные нелинейные непрерывные функции в результате обучения на множестве примеров позволяет эффективно решать данную проблему.

Реализация модельной структуры на двухслойной нейронной сети (с учетом (1.37), (2.2) и (2.3)) имеет следующее математическое представление:

$$g(\varphi(t, \theta), \theta) = \hat{y}(t|\theta) = \hat{y}_i(t|(w, W)) = F \left(\sum_{j=1}^{n_h} W_j f \left(\sum_{l=1}^{n_\varphi} w_{jl} \varphi_l + w_{j0} \right) + W_0 \right), \quad (2.7)$$

где

$$f(x) = \text{th}(x) \quad (2.8)$$

– активационная функция нейронов скрытого слоя;

$$F(x) = kx; \quad k = \text{const} \quad (2.9)$$

– активационная функция нейронов выходного слоя;

n_φ – размерность регрессионного вектора (число входов НС);

n_h – число нейронов в скрытом слое;

θ – вектор настраиваемых параметров нейронной сети, включающий весовые коэффициенты и нейронные смещения (w_{jl}, W_{ij}) .

Использование МНС в качестве модельных структур предполагает решение двух основных проблем:

- выбор вектора входов (регрессора) нейросетевой модели;
- выбор внутренней структуры нейронной сети.

Вполне естественным способом построения нейросетевых модельных структур является использование методов идентификации на основе линейных моделей. Этот подход обладает следующими преимуществами:

- определение регрессионного вектора базируется на хорошо изученных методах построения линейных структур (см. главу 1); внутренняя структура МНС может расширяться в зависимости от степени сложности нелинейных отображений (2.4);
- уровень сложности выбора модельной структуры может быть значительно снижен, что является существенным при использовании метода конечными пользователями (технологиями);
- полученные модели могут быть использованы для синтеза систем управления.

Нейросетевые модельные структуры могут быть представлены вектором входов (регрессором) и обобщенной формой описания прогнозирующей модели в соответствии с выражением (2.4). В качестве базовых нелинейных нейросетевых модельных структур могут быть использованы следующие модификации линейных регрессионных моделей:

NNARX (Neural Network – based AutoRegressive eXogenous signal) – нейросетевая авторегрессионная модель, экзогенный тип сигналов.

Регрессор:

$$\varphi(t, \theta) = [y(t-1) \dots y(t-n_a) \quad u(t-n_k) \dots u(t-n_b-n_k+1)]^T. \quad (2.10)$$

Прогнозирующая модель:

$$\hat{y}(t|\theta) = \hat{y}(t|t-1, \theta) = g(\varphi(t), \theta). \quad (2.11)$$

Модели NNARX, так же как их линейные прототипы, являются устойчивыми, так как представляют собой простую алгебраическую зависимость между прогнозируемым выходом и предшествующими значениями входов и выходов системы. Это свойство, особенно важное в

случае моделирования нелинейных систем, обуславливает предпочтение, отдаваемое NNARX-моделям в случае идентификации детерминированных объектов с низким уровнем измерительных шумов.

NNARMAX1 (Neural Network – based AutoRegressive, Moving Average, exogenous signal, вариант 1) – нейросетевая авторегрессионная модель скользящего среднего, экзогенный тип сигналов; вариант 1.

Регрессор:

$$\begin{aligned} \varphi(t, \theta) = [& y(t-1), \dots, y(t-n_a), u(t-n_k), \dots, \\ & u(t-n_b-n_k+1), \varepsilon(t-1), \dots, \varepsilon(t-n_c)]^T = \\ = [& \varphi_1^T(t), \varepsilon(t-1), \dots, \varepsilon(t-n_c)]^T, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где $\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t|\theta)$ – ошибка прогнозирования.

Прогнозирующая модель:

$$\hat{y}(t|\theta) = g(\varphi_1(t), \theta) + (C(q^{-1}) - 1)\varepsilon(t), \quad (2.13)$$

где $C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_n q^{-n}$ – полином от оператора запаздывания q .

Несмотря на тот факт, что функция g реализуется на МНС прямого действия, прогнозирующая модель (2.13) имеет обратные связи: ошибка прогнозирования зависит от выходного сигнала МНС \hat{y} . Для линейного случая (модель ARMAX) устойчивость модели может быть установлена путем анализа корней полинома C , в случае нейросетевой реализации провести анализ устойчивости модели значительно сложнее. Обычно устойчивость МНС-модели является локальной: NNARMAX-модель может быть устойчива в одном рабочем режиме и неустойчива в другом, что является существенным недостатком в случае практического применения.

NNARMAX2 (Neural Network – based, AutoRegressive, Moving Average, exogenous signal, вариант 2) – нейросетевая авторегрессионная модель скользящего среднего, экзогенный тип сигналов; вариант 2.

Регрессор:

$$\varphi(t, \theta) = [y(t-1), \dots, y(t-n_a)u(t-n_k), \dots, u(t-n_b-n_k+1), \varepsilon(t-1), \dots, \varepsilon(t-n_c)]^T = [\varphi_1^T(t), \varepsilon(t-1), \dots, \varepsilon(t-n_c)]^T. \quad (2.14)$$

Прогнозирующая модель:

$$\hat{y}(t|\theta) = g(\varphi(t), \theta). \quad (2.15)$$

Данный вариант NNARMAX-модели обладает теми же преимуществами и недостатками, что и NNARMAX1. Отличие заключается лишь в представлении скользящего среднего непосредственно нейросетевой моделью (без использования полинома C).

NNSSIF(Neural Network – based, State Space Innovations form) – нейросетевая модель типа «обновлений пространства состояний».

Регрессор:

$$\varphi(t) = [\hat{x}^T(t|\theta) \quad u^T(t) \quad \varepsilon^T(t|\theta)]^T. \quad (2.16)$$

Прогнозирующая модель:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t+1|\theta) &= g(\varphi(t), \theta), \\ \hat{y}(t|\theta) &= C(\theta)\hat{x}(t|\theta). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Расширение модели обновления пространства состояний [9] на случай нелинейных модельных структур значительно сложнее, чем при модификации линейных входо-выходных описаний динамических

систем. Как и для случая NNARMAX-моделей, существенную роль играет проблема анализа устойчивости. Более того, значительно усложняется вопрос установления идентифицируемости. В некоторых случаях проблемы могут быть решены путем введения нескольких нейросетевых структур для прогнозирования отдельных частей вектора состояний.

Нейросетевые модели типа NNSSIF могут рассматриваться как расширенный нелинейный фильтр Калмана [9, 58].

При идентификации динамических систем помимо вышеперечисленных базовых моделей могут быть использованы их комбинации и модификации. На выбор конкретной модельной структуры могут влиять априорные знания о физических принципах функционирования системы.

2.2. Основные критерии выбора модельной структуры

При использовании НС моделей для реализации процедуры идентификации нелинейных динамических систем необходимо решить задачу выбора вектора входов НС (регрессора) и определить внутреннюю структуру нейросети.

Методика выбора регрессора основывается на наличии априорных знаний о системе (процессе). Определение внутренней структуры нейросетевой модели является более сложной и неоднозначной задачей.

Приведем несколько эмпирических правил, которые могут быть эффективно использованы при практической реализации.

Рассмотрим регрессор

$$\varphi(t) = [\varphi_1 \dots \varphi_d]^T = [\varphi_1(t-1) \dots \varphi_1(t-n) \dots \varphi_d(t-1) \dots \varphi_d(t-n)]^T, (2.18)$$

где φ_i – i -я компонента регрессора, n – «глубина» регрессии.

Выбор регрессора подразумевает определение компонент регрессора φ_i и глубины регрессии, т.е. количества n значений компонент регрессора в предыдущие моменты времени. В качестве компонент регрессора обычно используются те параметры системы (процесса), которые могут быть непосредственно измерены (или оценены) в режиме функционирования. Выбор глубины регрессии определяется динамикой системы, поэтому при отсутствии необходимой априорной информации может быть осуществлен путем последовательного увеличения n и проверки адекватности модели. Другой способ – выбор заведомо большого значения n и проведение последующей структурной оптимизации модели.

«Внешняя» структура нейросетевой модели полностью определяется регрессором и набором параметров, значение которых необходимо прогнозировать, т.е. число входов (число нейронов во входном слое МНС) определяется количеством элементов регрессора, число выходов (число нейронов в выходном слое) определяется количеством прогнозируемых величин. При выборе внутренней структуры нейросетевой модели должен быть получен ответ на следующие вопросы:

- сколько скрытых слоев должна содержать НС?
- какое число нейронов должно быть в каждом скрытом слое?
- какой вид активационной функции должен быть выбран?

Ответы на эти вопросы так или иначе зависят от характера взаимосвязей «вход-выход», которые должны быть реализованы НС. В

первой главе настоящей работы показано, что любые непрерывные функции могут быть аппроксимированы с заданной точностью при помощи нейросети, содержащей один скрытый слой нейронов с сигмоидальными функциями активации и выходной слой с линейными активационными функциями. Однако вопрос о числе нейронов в скрытом слое остается открытым. Следует отметить, что увеличение числа нейронов в скрытом слое и увеличение числа скрытых слоев повышают репрезентативные возможности нейронной сети, т.е. дают возможность моделировать более сложные взаимосвязи, но приводят к увеличению временных затрат как на обучение МНС, так и на работу в режиме прогнозирования. В силу простоты применения, обучения и статистического анализа обычно применяются НС, содержащие один скрытый слой нейронов с сигмоидальными функциями активации и выходной слой с линейными активационными функциями. Число нейронов в скрытом слое определяется сложностью взаимосвязей «вход-выход».

Незначительные изменения внутренней структуры нейросетевой модели, как правило, не оказывают существенного влияния на ее качество, тогда как выбор глубины регрессии, т.е. числа отсчетов сигналов в предыдущие моменты времени, играет решающую роль. Недостаточная глубина регрессии приводит к модели, в которой не учтена существенная часть динамических свойств; чрезмерная глубина регрессии также становится причиной ряда проблем [9, 45].

В последующих разделах будут представлены специальные методы оптимизации НС-моделей, использующие в качестве основного алгоритма последовательное сокращение структуры НС-модели вплоть до

получения оптимальной. Однако инициализация НС-модельной структуры методом проб и ошибок является трудоемкой процедурой, что приводит к естественному желанию получить какие-либо рекомендации по первоначальному выбору как глубины регрессии, так и внутренней структуры НС. Следует еще раз отметить, что правильный выбор регрессора *значительно* упрощает процедуру инициализации нейросетевой модели. В случае отсутствия априорной информации о порядке системы могут быть использованы приведенные выше эмпирические правила оценки необходимой глубины регрессии. В работе [58] предложили подход к оценке глубины регрессии для детерминированных моделей, основанный на предположении о возможности представления реальной системы достаточно гладкой функцией регрессоров. Подобный метод для систем, подверженных влиянию внешних возмущающих воздействий, предложен в работе [72]. Далее приводится основная концепция методов определения глубины регрессии.

Предположим, что реальная система может быть представлена моделью типа NNARX: $y(t) = g(\varphi(t), \theta)$.

Регрессионный вектор задан следующим выражением:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3 \ \dots \ \varphi_z]^T = \\ &= [y(t-1) \ \dots \ y(t-n) \ u(t-d) \ \dots \ u(t-d-m)]^T. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Имеется множество экспериментальных данных, состоящее из N пар «вход-выход»:

$$Z^N = \{[\varphi(t), y(t)], t = \overline{1, N}\}. \quad (2.20)$$

Предположим, что амплитуда производных реальной системы по каждому регрессору ограничена некоторым положительным значением B :

$$|g_l| = \left| \frac{\partial g_0}{\partial \varphi_l} \right| \leq B, \quad l = \overline{1, z}. \quad (2.21)$$

Для всех возможных сочетаний пар «вход-выход» вводится коэффициент Липшица

$$q_{ij} = \left| \frac{y(t_i) - y(t_j)}{\varphi(t_i) - \varphi(t_j)} \right|, \quad i \neq j, \quad (2.22)$$

где $|\cdot|$ обозначает евклидову норму. В соответствии с условием Липшица для непрерывной функции g_0 коэффициенты q_{ij} являются ограниченными, т.е. $0 \leq q_{ij} \leq L$.

Введем в рассмотрение следующие дифференциалы: $\delta y = y(t_i) - y(t_j)$, $\delta \varphi_l = \varphi_l(t_i) - \varphi_l(t_j)$. При малом значении $\delta \varphi_l$ имеет место следующее соотношение:

$$\delta y = \frac{\partial g}{\partial \varphi_1} \delta \varphi_1 + \frac{\partial g}{\partial \varphi_2} \delta \varphi_2 + \dots + \frac{\partial g}{\partial \varphi_z} \delta \varphi_z = g_1 \delta \varphi_1 + g_2 \delta \varphi_2 + \dots + g_n \delta \varphi_z. \quad (2.23)$$

Следовательно, коэффициент Липшица должен соответствовать выражению

$$q_{ij}^{(z)} = \frac{|\delta y|}{\sqrt{(\delta \varphi_1)^2 + \dots + (\delta \varphi_z)^2}} = \frac{|g_1 \delta \varphi_1 + g_2 \delta \varphi_2 + \dots + g_n \delta \varphi_z|}{\sqrt{(\delta \varphi_1)^2 + \dots + (\delta \varphi_z)^2}} \leq \sqrt{z} B, \quad (2.24)$$

где верхний индекс $^{(z)}$ относится к общему числу регрессоров; g_l — частные производные, определяемые в соответствии с выражением

(2.21). Используя выражение (2.24), интересно рассмотреть два случая: избыточный и недостаточный размер регрессора.

Недостаточное число компонент регрессора. Предположим, что компонента z отсутствует, тогда соотношение (2.24) принимает следующий вид:

$$q_{ij}^{(z-1)} = \frac{|\delta y|}{\sqrt{(\delta\varphi_1)^2 + \dots + (\delta\varphi_z)^2}} = \frac{\sqrt{(\delta\varphi_1)^2 + \dots + (\delta\varphi_z)^2}}{\sqrt{(\delta\varphi_1)^2 + \dots + (\delta\varphi_{z-1})^2}} \frac{|g_1\delta\varphi_1 + g_2\delta\varphi_2 + \dots + g_n\delta\varphi_z|}{\sqrt{(\delta\varphi_1)^2 + \dots + (\delta\varphi_z)^2}}. \quad (2.25)$$

В качестве предельного варианта положим, что $\delta\varphi_l = 0$ для всех l , за исключением $l = z$. В случае, если выход зависит от z -компоненты, существуют точки, в которых $\delta y \neq 0$. Таким образом, пренебрежение z -компонентой приводит к бесконечному коэффициенту Липшица. В общем случае вероятность существования такого предельного варианта в множестве экспериментальных данных невелика, однако можно предположить, что недостаточное число компонент регрессора приведет к чрезвычайно большим значениям коэффициента. Более того, нехватка нескольких компонент приведет к значительному возрастанию коэффициента.

Избыточное число компонент регрессора. Большое число компонент (значений сигналов в предыдущие моменты времени) приводит к избыточности информации, содержащейся в регрессионном векторе. Рассмотрим случай включения одной дополнительной компоненты в регрессионный вектор:

$$q_{ij}^{(z+1)} = \frac{|\delta y|}{\sqrt{(\delta\varphi_1)^2 + \dots + (\delta\varphi_{z+1})^2}} = \frac{\sqrt{(\delta\varphi_1)^2 + \dots + (\delta\varphi_z)^2}}{\sqrt{(\delta\varphi_1)^2 + \dots + (\delta\varphi_{z+1})^2}} \frac{|g_1\delta\varphi_1 + g_2\delta\varphi_2 + \dots + g_n\delta\varphi_z|}{\sqrt{(\delta\varphi_1)^2 + \dots + (\delta\varphi_z)^2}}. \quad (2.26)$$

Очевидно, что дополнительная компонента оказывает лишь незначительное влияние на коэффициент Липшица, т.е. приводит к небольшому уменьшению коэффициента.

Рассмотренные особенности положены в основу следующей процедуры определения оптимального регрессионного вектора:

- для заданной глубины регрессии определить коэффициенты Липшица для всех возможных комбинаций пар «вход-выход»;
- выбрать $p = 0,01N \sim 0,02N$ наибольших коэффициентов (обычно наибольшие коэффициенты возникают при небольшом значении $\delta\varphi_l$);
- произвести оценку критерия

$$\bar{q}^{(n)} = \left(\prod_{k=1}^p \sqrt{n} q^{(n)}(k) \right)^{\frac{1}{p}}; \quad (2.27)$$

- повторить вычисления для ряда структур регрессора (последовательно увеличивая глубину регрессии);
- построить зависимость критерия от глубины регрессии и выбрать оптимальное значение как абсциссу точки излома.

Вычисление всех значений коэффициентов для различных структур регрессионного вектора является чрезвычайно трудоемкой процедурой даже при использовании процессоров с высоким быстродействием. Особенно сильно этот недостаток проявляется при больших

значениях N и значительных вариациях структуры регрессора. Поэтому рекомендуется производить пошаговое одновременное увеличение числа предыдущих значений входа и выхода.

Применение метода к оценке экспериментальных данных, полученных в результате моделирования нелинейной системы второго порядка, приведено на рис. 2.3.

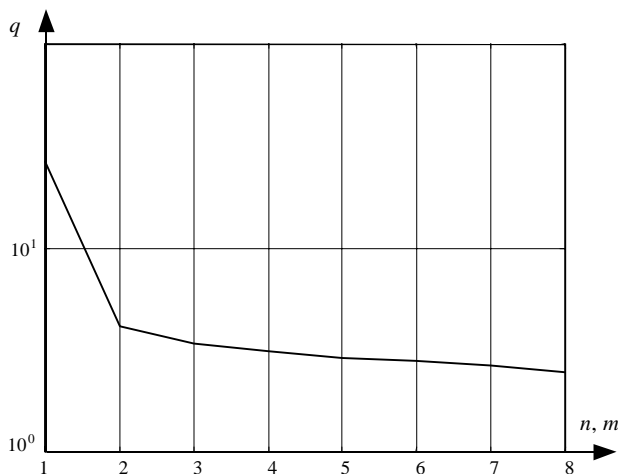


Рис. 2.3. Изменение значения критерия q (2.27) от числа элементов регрессионного вектора ($n = m = 1:12$)